Exercice 1 : (/6 points)

On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \geqslant 4$ par :

$$u_n = 2\sqrt{3n-10}.$$

1. Justifier que la suite (u_n) est définie pour des valeurs de $n \geqslant 4$.

   Pour que u_n soit définie, il faut que la racine carrée soit définie donc que $3n-10 \geqslant 0$.
   Or, on a :

   $$3n-10 \geqslant 0 \iff 3n \geqslant 10 \iff n \geqslant \frac{10}{3} \iff n \geqslant 4.$$

   /0,5 point

2. Calculer u_{17} et le quatrième terme de la suite (u_n) .

   On donnera une valeur exacte ainsi qu'une valeur approchée à $0,0001$ *près si nécessaire.*

   On a :

   $$u_{17} = 2\sqrt{3\times 17-10} = 2\sqrt{41} \approx 12,8062.$$

   De plus, le quatrième terme de la suite (u_n) e u_7. On a alors :

   $$u_7 = 2\sqrt{3\times 7-10} = 2\sqrt{11} \approx 6,6332.$$

   /1,5 point

3. Exprimer, en fonction de n, u_{n+1} et u_{3n}.

   On a :

   $$u_{n+1} = 2\sqrt{3(n+1)-10} = 2\sqrt{3n+3-10} = 2\sqrt{3n-7}$$

   /1 point

   De plus, on a :

   $$u_{3n} = 2\sqrt{3\times 3n-10} = 2\sqrt{9n-10}.$$

   /1 point

4. Soit f la fonction définie sur $[4;+\infty[$ par $f(x) = 2\sqrt{3x-10}$.

   Etudier les variations de la fonction f. En déduire les variations de la suite (u_n).

   Pour tout $x \in [4;+\infty[$, on a :

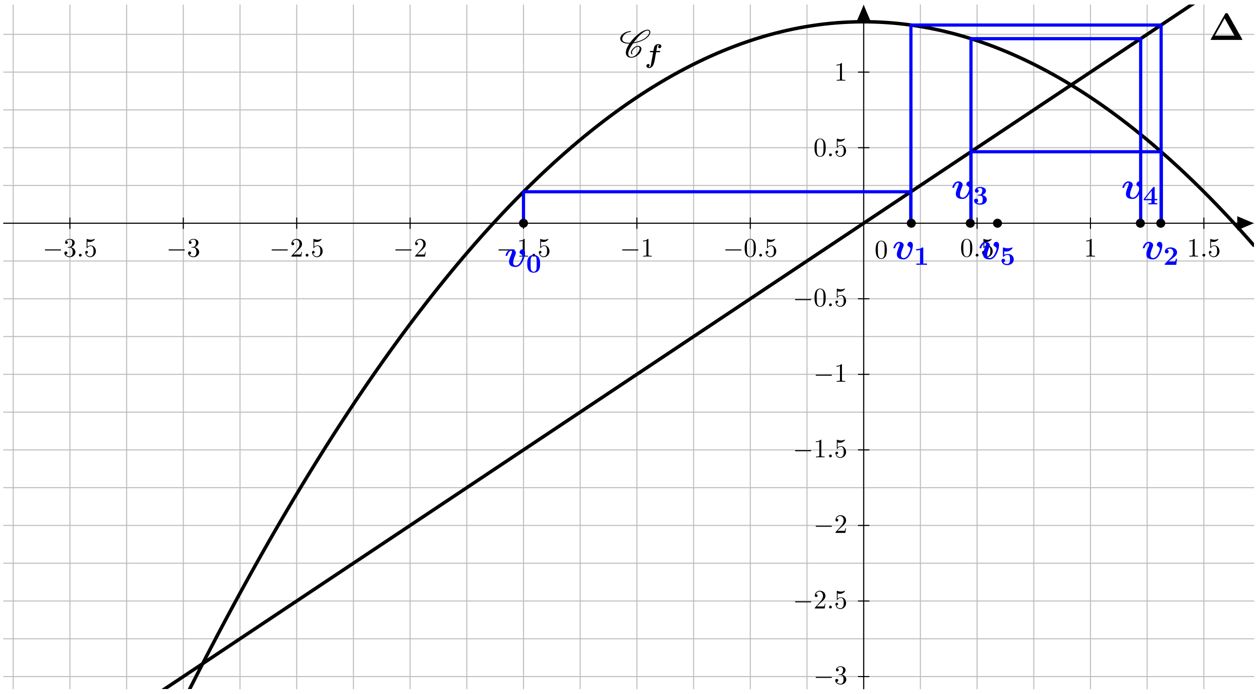
   $$f'(x) = 2\times 3\times\frac{1}{2\sqrt{3x-10}} = \frac{3}{\sqrt{3x-10}}.$$

   Pour tout $x \in [4;+\infty[$, on a $f'(x) > 0$ donc la fonction f e
   sur ce même intervalle.
   Finalement, par re $[4;+\infty[$ aux entiers, la suite (u_n) e
   sante.

   /2 points

Exercice 2 : ***(/4 points)***

On a représenté ci-dessous, la droite (d) d'équation $y = x$ et la courbe $\mathscr{C}_f$ représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -0,5x^2 + \dfrac{4}{3}$.



/2 points

Soit la suite (v_n) définie par $v_0 = -1,5$ et $v_{n+1} = f(v_n)$.

1. Calculer v_1 et v_2.

On a :

$$v_1 = -0,5v_0^2 + \frac{4}{3} = -0,5 \times (-1,5)^2 + \frac{4}{3} = \frac{5}{24} \approx 0,2083.$$

De plus, on a :

$$v_2 = -0,5v_1^2 + \frac{4}{3} = -0,5 \times \left(\frac{5}{24}\right)^2 + \frac{4}{3} = \frac{1511}{1152} \approx 1,3116.$$

/2 points

2. Construire sur l'axe des abscisses à l'aide de $\mathscr{C}_f$ et de (d) les points d'abscisses v_0, v_1, v_2, v_3 et v_4.

Exercice 3 : ***(/6 points)***

1. On considère la suite (w_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par :

$$w_n = n^2 - 3n.$$

(a) Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $w_{n+1} = n^2 - n - 2$.

On a :

$$w_{n+1} = (n+1)^2 - 3(n+1) = n^2 + 2n + 1 - 3n - 3 = n^2 - n - 2.$$

/1 point

(b) Exprimer, en fonction de n, $w_{n+1} - w_n$ et en déduire les variations de la suite (w_n).

On a :

$$w_{n+1} - w_n = n^2 - n - 2 - (n^2 - 3n) = n^2 - n - 2 - n^2 + 3n = 2n - 2 = 2(n+1)$$

Pour tout $n \geqslant 0$, on a $w_{n+1} - w_n \geqslant 0$ donc, à partir de $n = 1$ la suite (w_n) e croissante.

/1,5 point

De plus, on a $w_0 = 0$ et $w_1 = -2$ donc entre 0 et 1 la suite (w_n) e

/0,5 point

2. On considère la suite (x_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par :

$$x_n = -\frac{1}{2} \times 5^n.$$

(a) Déterminer le signe de x_n. Justifier.

5^n e 5 n fois : c'e

re

Ainsi, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $x_n < 0$.

/1 point

(b) Etudier les variations de la suite (x_n).

Comme x_n e

Ainsi, on a :

$$\frac{x_{n+1}}{x_n} = \frac{-\frac{1}{2} \times 5^{n+1}}{-\frac{1}{2} \times 5^n} = 5.$$

/1 point

Ainsi, on a $\frac{x_{n+1}}{x_n} > 1 \iff x_{n+1} < x_n$ car $x_n < 0$.

La suite (x_n) e $\mathbb{N}$.

/1 point

Exercice 4 : (/5 points)

On définit la suite (z_n) définie par $z_0 = 2$ et par la relation de récurrence définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$z_{n+1} = z_n^2 - z_n + 1.$$

1. (a) Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$z_{n+1} - z_n = (z_n - 1)^2.$$

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$z_{n+1} - z_n = z_n^2 - z_n + 1 - z_n = z_n^2 - 2z_n + 1 = (z_n - 1)^2.$$

/1,5 point

(b) En déduire les variations de la suite (z_n).

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$z_{n+1} - z_n \geqslant 0 \iff z_{n+1} \geqslant z_n$$

Ainsi, la suite (z_n) e $\mathbb{N}$.

/1,5 point

2. Compléter l'algorithme suivant pour que la fonction `ListeZn` renvoie la liste des n premiers termes de la suite (z_n).

```
def ListeZn(n) :
    z=2
    L=[z]
    for k in range (n-1) :
        z=z**2-z+1
        L=L+[z]
    return(L)
```

/2 points