NOM : .... Prénom : ....

Exercice 1 : (/4,5 points)

Cet exercice est un **VRAI/FAUX avec justifications**.
Pour chacune des 3 questions suivantes, vous direz si l'affirmation est vraie ou fausse en justifiant votre réponse. Une réponse non justifiée ne rapportera aucun point.

1. Affirmation 1 :
   Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $(e^x - 2)^2 = e^{2x} - 4$.
2. Affirmation 2 :
   La dérivée de la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x} \times e^{3x-1}$ est la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f'(x) = \dfrac{e^{3x-1}\,(6x+1)}{2\,\sqrt{x}}$.
3. Affirmation 3 :
   $e^{-x} + 5e^{-x^2} = 0$ admet une unique solution.

Exercice 2 : (/5,5 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par :

$$f(x) = \frac{e^x}{1+x}$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans le repère du plan.

1. On note f' la dérivée de la fonction f sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
   Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, on a :
   $$f'(x) = \frac{x\,e^x}{(1+x)^2}.$$
2. Etudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
   En déduire le sens de variation de la fonction f sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
3. On note $\mathcal{T}$ la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $1,6$.
   La tangente $\mathcal{T}$ passe-t-elle par l'origine du repère ? Justifier la réponse.

Exercice 3 : (/8 points)

On considère deux suites (u_n) et (v_n) définies, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par :

$$u_n = \frac{2 \times 3^n - 5n + 7}{2} \qquad \text{et} \qquad v_n = \frac{2 \times 3^n + 5n - 7}{2}.$$

1. On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n = u_n + v_n$.
   (a) Calculer le terme général w_n (expression de w_n en fonction de n).
   (b) Démontrer que (w_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
2. On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $z_n = u_n - v_n$.
   Démontrer que (z_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.
3. Calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} u_k = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$.

Exercice 4 : (/12 points)

Noémie et Florent, deux fonctionnaires viennent d'obtenir leur mutation et sont donc dans l'obligation de déménager.
Après avoir effectué plusieurs visites pour leur nouveau logement, le couple hésite entre deux appartements.

1. **Appartement A** : le loyer annuel de cet appartement est de 10 000 euros pour l'année 2017 et augmente chaque année de 500 euros. On note a_n le loyer annuel que devrait payer le couple pour l'année $2017 + n$.
   (a) Calculer a_1 et a_2. Interpréter ces deux résultats.
   (b) Quelle est la nature de la suite (a_n) ? Préciser sa raison.
   (c) Donner l'expression de a_n en fonction de n.
   (d) Calculer a_{12}.
   (e) Calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{14} a_k = a_0 + a_1 + \ldots + a_{14}$.
2. **Appartement B** : on note b_n le loyer annuel que le couple devrait payer l'année $2017+n$. On note, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $b_n = 8000 \times 1{,}075^n$.
   (a) Calculer b_0, b_1 et b_{12}.
   (b) Démontrer que la suite (b_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison q et son premier terme.
   (c) Calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{14} b_k = b_0 + b_1 + \ldots + b_{14}$.
3. **Comparaison des deux appartements**
   (a) Durant la treizième année, c'est-à-dire 2029, lequel des deux appartements sera le plus avantageux ?
   Préciser alors le loyer mensuel de cet appartement durant cette treizième année.
   (b) Le couple compte rester 15 années dans cet appartement avant de déménager.
   Lequel des deux appartements conseiller à ce couple ?
   (c) Pour quelle(s) année(s) le loyer annuel de l'appartement A est-il plus avantageux que le loyer annuel de l'appartement B ?